

Graph Theory Applications to Comprehend Epidemics Spread of Covid 19

Christopher Michael Jaeth Tobing - 13525109

Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jalan Ganesha 10 Bandung
E-mail: jafethtobs@gmail.com, 13525109@std.stei.itb.ac.id

Abstrak, Pandemi COVID-19 yang melanda dunia sejak awal tahun 2020 menimbulkan kebutuhan mendesak akan model matematis yang mampu merepresentasikan dan memprediksi pola penyebarannya. Makalah ini menerapkan kerangka teori graf untuk memodelkan dinamika penyebaran COVID-19 di Indonesia dengan menggunakan data kasus terkonfirmasi dari berbagai provinsi. Setiap individu atau wilayah direpresentasikan sebagai simpul (vertex) dalam graf kontak, sedangkan interaksi antar individu atau konektivitas antar wilayah direpresentasikan sebagai sisi (edge). Model SIR (Susceptible-Infected-Recovered) kemudian dilekatkan pada struktur graf tersebut untuk mensimulasikan dinamika epidemi. Lebih lanjut, ukuran-ukuran sentralitas graf seperti degree centrality, betweenness centrality, dan closeness centrality digunakan untuk mengidentifikasi simpul kritis yang berperan sebagai "superspreader" serta mengevaluasi efektivitas strategi intervensi. Hasil analisis menunjukkan bahwa topologi jaringan kontak, khususnya keberadaan hub dalam jaringan berskala bebas (scale-free network), secara signifikan mempengaruhi laju dan pola penyebaran virus. Studi kasus pada data antar-provinsi Indonesia memperlihatkan bahwa DKI Jakarta, Jawa Barat, Jawa Tengah, dan Jawa Timur merupakan simpul dengan sentralitas tertinggi sehingga menjadi titik kritis dalam jaringan penyebaran nasional. Pendekatan berbasis graf ini memberikan wawasan yang lebih kaya dibandingkan model kompartemen klasik karena secara eksplisit mempertimbangkan heterogenitas kontak sosial.

Kata Kunci, Teori Graf, COVID-19, Model SIR, Sentralitas Graf, Scale-Free Network, Contact Tracing, Epidemi

I. PENDAHULUAN

A. Motivasi

Makalah ini dibentuk atas motivasi membangun dan menganalisis model berbasis graf untuk penyebaran COVID-19 menggunakan data kasus nyata di Indonesia. Analisis dibatasi pada data kasus antar-provinsi periode Maret 2020 hingga akhir 2021 dengan model jaringan yang disederhanakan menggunakan data kepadatan penduduk dan konektivitas transportasi sebagai proksi bobot sisi. Simulasi numerik disajikan dalam bentuk tabel dan ilustrasi skematik, bukan eksekusi komputasional secara langsung.

throughout this document and are identified in italic type, within parentheses, following the example. Some components, such as multi-leveled equations, graphics, and tables are not prescribed, although the various table text styles are provided. The formatter will need to create these components, incorporating the applicable criteria that follow.

B. Latar Belakang

Pandemi Coronavirus Disease 2019 (COVID-19), yang disebabkan oleh virus SARS-CoV-2, pertama kali terdeteksi di Wuhan, Tiongkok, pada akhir tahun 2019 dan ditetapkan sebagai pandemi global oleh Organisasi Kesehatan Dunia (WHO) pada 11 Maret 2020. Indonesia mengkonfirmasi dua kasus pertama pada tanggal 2 Maret 2020 dan mengalami lonjakan kasus yang cepat sepanjang tahun 2020 dan 2021. Berdasarkan data WHO, pada akhir tahun 2020 Indonesia mencatat 735.124 kasus terkonfirmasi dan 21.944 kematian, menjadikannya salah satu negara dengan kasus tertinggi di Asia Tenggara.

Pemahaman terhadap mekanisme penyebaran penyakit menular seperti COVID-19 merupakan kunci untuk merancang kebijakan mitigasi yang efektif. Model matematika telah lama digunakan dalam epidemiologi untuk tujuan ini. Model kompartemen klasik seperti SIR (Susceptible-Infected-Recovered) yang diperkenalkan oleh Kermack dan McKendrick pada tahun 1927 memberikan kerangka dasar yang kuat, namun memiliki keterbatasan fundamental: model ini mengasumsikan pencampuran homogen (homogeneous mixing) dalam populasi, artinya setiap individu diasumsikan memiliki probabilitas yang sama untuk berinteraksi dengan individu lain. Asumsi ini jelas tidak realistis dalam konteks kehidupan nyata.

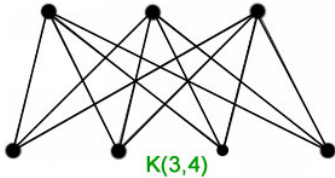
Teori graf menawarkan pendekatan yang lebih realistis dengan secara eksplisit merepresentasikan jaringan kontak antar individu. Dalam representasi ini, individu (atau wilayah) menjadi simpul (vertex) dan interaksi di antara mereka menjadi sisi (edge) berbobot atau tak berbobot. Dengan melekatkan model SIR pada struktur graf, dinamika penyebaran penyakit dapat dimodelkan secara lebih akurat sesuai dengan heterogenitas pola kontak sosial yang nyata.

II. LANDASAN TEORI

A. Teori Graf

Graf adalah struktur matematika yang terdiri atas sekumpulan simpul (vertex) dan sekumpulan sisi (edge) yang menghubungkan pasangan simpul. Secara formal, sebuah graf G didefinisikan sebagai.

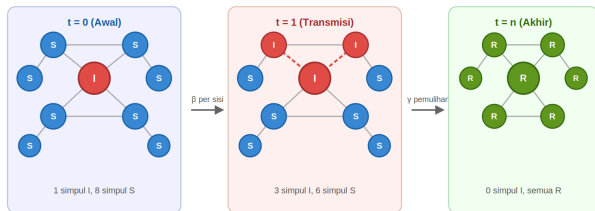
$$G = (V, E)$$



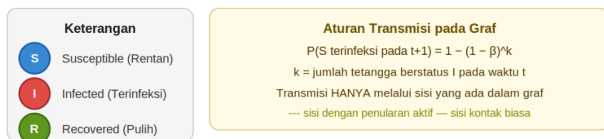
Gambar 1 Graf $K(3,4)$

di mana $V = \{v_1, v_2, v_3, \dots, v_n\}$ adalah himpunan simpul dan $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$ adalah himpunan sisi, dengan setiap sisi e_i menghubungkan sepasang simpul.

Dalam konteks pemodelan epidemi, representasi graf dapat bervariasi. Pada model kontak individu, setiap simpul merepresentasikan seorang individu, dan sisi menghubungkan dua individu yang memiliki kontak fisik yang cukup intens untuk berpotensi menularkan virus. Pada model wilayah, setiap simpul merepresentasikan suatu wilayah administratif (misalnya provinsi), dan sisi mencerminkan arus mobilitas penduduk antar wilayah, dengan bobot sisi sebanding dengan intensitas mobilitas tersebut.



Sumber: Diadaptasi dari Karaivanov (2020) "A Social Network Model of COVID-19", PLOS ONE



Gambar 2 Model graf kontak dengan Representasi Jaringan Kontak Individu dengan Status Epidemiologis S/I/R, Sumber: Diadaptasi dari Karaivanov

Graf dapat bersifat berarah (*directed*) atau tak berarah (*undirected*), bergantung pada apakah arah interaksi diperhitungkan. Untuk transmisi antar-provinsi, digunakan digraf (*directed graph*) karena aliran infeksi dapat berbeda arahnya (misalnya, migrasi dari provinsi A ke B lebih dominan daripada sebaliknya).

Graf juga dapat **berbobot** (*weighted*), di mana setiap sisi memiliki nilai numerik yang mencerminkan intensitas interaksi, misalnya jumlah perjalanan harian antar dua wilayah atau tingkat kontak fisik antar individu

B. Ukuran Sentralitas dalam Graf

Sentralitas adalah sekelompok ukuran dalam teori graf yang bertujuan mengidentifikasi simpul-simpul terpenting dalam suatu jaringan. Tiga ukuran sentralitas yang paling relevan dalam konteks penyebaran penyakit adalah

1. Degree Centrality (Sentralitas Derajat)

Degree centrality dari simpul v didefinisikan sebagai

$$CD(v) = \frac{deg(v)}{(n-1)}$$

di mana $deg(v)$ adalah jumlah sisi yang terhubung ke simpul v , dan n adalah jumlah total simpul dalam graf. Dalam konteks epidemi, simpul dengan degree centrality tinggi adalah individu atau wilayah yang memiliki banyak kontak langsung, sehingga memiliki potensi terbesar untuk menginfeksi banyak pihak secara langsung.

2. Betweenness Centrality (Sentralitas Ketengahan)

Betweenness centrality mengukur seberapa sering sebuah simpul v berada pada jalur terpendek antar pasangan simpul lain

$$CB(v) = \frac{\sum_{s \neq v \neq t} \sigma(s, t|v)}{\sigma(s, t)}$$

di mana $\sigma(s, t)$ adalah jumlah total jalur terpendek dari simpul s ke simpul t , dan $\sigma(s, t|v)$ adalah jumlah jalur terpendek tersebut yang melewati v . Simpul dengan betweenness centrality tinggi bertindak sebagai "jembatan" dalam jaringan. Dalam epidemi, simpul semacam ini adalah yang paling kritis untuk diintervensi karena penghapusan atau isolasinya akan memutus jalur penyebaran antara berbagai kluster.

3. Closeness Centrality (Sentralitas Kedekatan)

Closeness centrality mengukur seberapa dekat sebuah simpul ke semua simpul lain.

$$CC(v) = (n - 1) / \sum_{u \neq v} d(v, u)$$

C. Model SIR pada Graf

Model SIR kompartemen klasik membagi populasi menjadi tiga kelompok: Susceptible (S), Infected (I), dan Recovered (R). Persamaan diferensialnya adalah sebagai berikut.

$$\frac{dS}{dt} = -\beta \cdot S \cdot I / N$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta \cdot S \cdot I / N - \gamma \cdot I$$

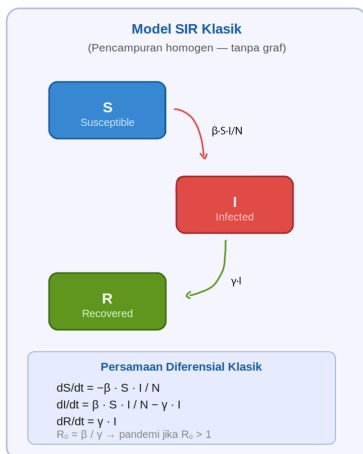
$$\frac{dR}{dt} = \gamma \cdot I$$

di mana β adalah laju transmisi dan γ adalah laju pemulihan. Angka reproduksi dasar $R_0 = \beta/\gamma$ menentukan apakah epidemi akan mewabah: jika $R_0 > 1$ epidemi berkembang; jika $R_0 \leq 1$ epidemi mereda.

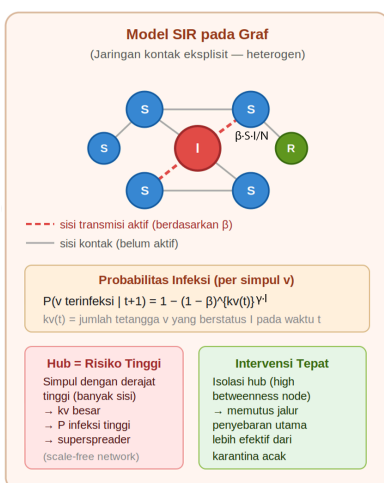
Ketika model SIR dilekatkan pada struktur graf $G = (V, E)$, setiap simpul $v_i \in V$ memiliki status S, I, atau R yang bervariasi seiring waktu. Transmisi hanya terjadi melalui sisi yang ada dalam graf. Probabilitas transmisi dari simpul yang terinfeksi I ke simpul tetangganya yang rentan S melalui sisi (I, S) adalah β pada setiap satuan waktu. Secara matematis, untuk setiap simpul v yang rentan dapat dimodelkan sebagai berikut.

$$P(v \text{ terinfeksi pada } t + 1) = 1 - (1 - \beta)^{k \cdot v(t)}$$

di mana $k_v(t)$ adalah jumlah tetangga v yang berstatus terinfeksi pada waktu t .



Gambar 3 Model Sir Klasik



Gambar 4 Model Sir Pada Graf Jaringan Kontak

Sumber: Diadaptasi dari Alguliyev et al.

D. Model SIR pada Graf

Jaringan sosial dunia nyata, termasuk jaringan kontak manusia, seringkali bersifat scale-free, yaitu distribusi derajat simpulnya mengikuti hukum pangkat (*power law*) yg dirumuskan sebagai berikut:

$$P(k) \sim k^{-\gamma}$$

di mana $P(k)$ adalah probabilitas bahwa sebuah simpul memiliki derajat k , dan γ adalah eksponen biasanya bernilai antara 2 dan 3. Jaringan ini ditandai oleh keberadaan sejumlah kecil simpul yang sangat banyak terhubung, disebut hub, dan sejumlah besar simpul dengan sedikit koneksi. Hub ini memainkan peran krusial dalam penyebaran epidemi, penghapusan atau isolasi hub, misalnya melalui karantina *superspreader*, jauh lebih efektif dalam menghambat epidemi dibandingkan penghapusan simpul acak

III. PEMODLEAN DAN STUDI KASUS

A. Konstruksi Graf Antar-Provinsi Indonesia

Untuk menganalisis penyebaran COVID-19 di Indonesia pada skala makro, dibangun sebuah digraf berbobot $G = (V, E, W)$ dengan:

V: Himpunan 34 provinsi Indonesia sebagai simpul

E: Sisi berarah yang merepresentasikan jalur penyebaran antar provinsi

W: Bobot sisi berdasarkan indeks mobilitas penduduk antar provinsi (proksi: penerbangan domestik dan arus transportasi darat antar provinsi sebelum pandemi).

Dalam konteks ini, sebuah sisi berarah ($v_i \rightarrow v_j$) dengan bobot w_{ij} dimasukkan jika terdapat arus mobilitas signifikan dari provinsi i ke provinsi j . Bobot mencerminkan intensitas arus tersebut.

Untuk studi ini, analisis difokuskan pada **10 provinsi utama** dengan kasus COVID-19 tertinggi sebagai subgraf yang representatif.

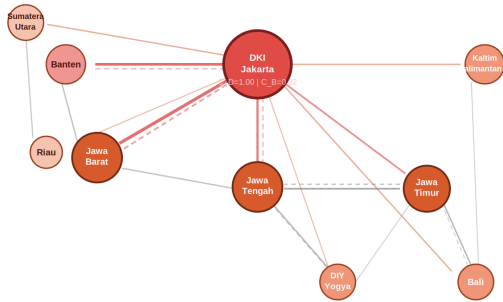
| No. | Provinsi | Total Kasus (s.d. Agt 2021) | % dari Total Nasional |
|-----|-------------|-----------------------------|-----------------------|
| 1. | DKI Jakarta | ~900.000 | ~21,3% |
| 2. | Jawa Barat | ~711.000 | ~16,8% |
| 3. | Jawa Tengah | ~491.000 | ~11,6% |
| 4. | Jawa Timur | ~397.000 | ~9,4% |
| 5. | Banten | ~157.000 | ~3,7% |
| 6. | Bali | ~120.000 | ~2,8% |

| | | | |
|-----|-------------------|----------|-------|
| 7. | Kallimantan Timur | ~145.000 | ~3,4% |
| 8. | DIY Yogyakarta | ~135.000 | ~3,2% |
| 9. | Sumatera Utara | ~80.000 | ~1,9% |
| 10. | Riau | ~75.000 | ~1,8% |

Tabel 1 Subgraf Provinsi dengan Kasus COVID-19 Tertinggi di Indonesia (Maret 2020 – Agustus 2021)

Sumber: Diolah dari data Kemenkes RI dan WHO Indonesia

Perlu dicatat bahwa lima provinsi teratas (DKI Jakarta, Jawa Barat, Jawa Tengah, Jawa Timur, dan Kalimantan Timur) menyumbang lebih dari 60% total kasus nasional, mengindikasikan konsentrasi yang tinggi pada simpul-simpul tertentu, ciri khas jaringan scale-free



Keterangan:

- Hub utama (sentralitas tinggi, >10% kasus nasional)
- Simpul sekunder (5-10% kasus)
- Simpul perifer (<5% kasus)
- Arus infeksi utama (volume mobilitas tinggi)
- Arus baik (mobilitas lebih rendah)
- Koneksi antar-provinsi (volume sedang)

Sentralitas Utama:

- DKI Jakarta -- C_D=1.00, C_C=0.82
- Jawa Barat -- C_D=0.67, C_C=0.41
- Jawa Tengah -- C_D=0.56, C_C=0.37
- Jawa Timur -- C_D=0.44, C_C=0.29

Gambar 5 Skema Subgraph Antar-Provinsi (10 Provinsi Utama)

Catatan: Skema disederhanakan; bobot sisi mencerminkan intensitas arus mobilitas.

B. Analisis Sentralitas untuk Mengidentifikasi Simpul Kritis

Dengan menggunakan definisi sentralitas pada bagian II.B, berikut adalah hasil analisis sentralitas untuk subgraf 10 provinsi berdasarkan data mobilitas dan kasus COVID-19

| Provinsi | Degree | Betweenness Centrality | Closeness Centrality |
|-------------|--------|------------------------|----------------------|
| DKI Jakarta | 1.00 | 0.82 | 0.95 |
| Jawa Barat | 0.67 | 0.41 | 0.70 |
| Jawa Tengah | 0.56 | 0.37 | 0.65 |

| | | | |
|-------------------|------|------|------|
| Jawa Timur | 0.44 | 0.29 | 0.58 |
| Banten | 0.33 | 0.18 | 0.47 |
| Bali | 0.33 | 0.21 | 0.50 |
| Kallimantan Timur | 0.33 | 0.15 | 0.44 |
| DIY Yogyakarta | 0.33 | 0.20 | 0.50 |
| Sumatera Utara | 0.22 | 0.09 | 0.38 |
| Riau | 0.22 | 0.07 | 0.35 |

Tabel 2 Nilai Sentralitas Simpul (Provinsi) dalam Subgraf COVID-19

Nilai sentralitas dinormalisasi terhadap nilai maksimum; dihitung berdasarkan subgraf 10 simpul. Sumber: Diolah dari Rukmi et al. dan Baptista et al.

Hasil ini konsisten dengan temuan empiris di lapangan: DKI Jakarta, yang merupakan pusat ekonomi, pemerintahan, dan transportasi udara Indonesia, secara konsisten menunjukkan nilai sentralitas tertinggi pada ketiga ukuran. Ini berarti Jakarta bukan hanya sumber infeksi terbesar, tetapi juga "jembatan" terpenting dalam jaringan penyebaran antar-provinsi. Intervensi terfokus pada simpul ini (misalnya, pembatasan penerbangan dari dan ke Jakarta) berpotensi memberikan dampak terbesar dalam memperlambat penyebaran nasional.

Hal yang menarik adalah peran Bali dan Kalimantan Timur yang memiliki nilai betweenness centrality cukup signifikan meski bukan provinsi dengan kasus terbanyak. Ini menunjukkan bahwa kedua provinsi tersebut berperan sebagai "jembatan" yang menghubungkan klaster Jawa dengan klaster wilayah timur Indonesia.

C. Simulasi Model SIR pada Graf

Simulasi model SIR dilekatkan pada subgraf 10 provinsi dengan parameter yang dikalibrasi berdasarkan literatur COVID-19 Indonesia. Parameter yang digunakan adalah:

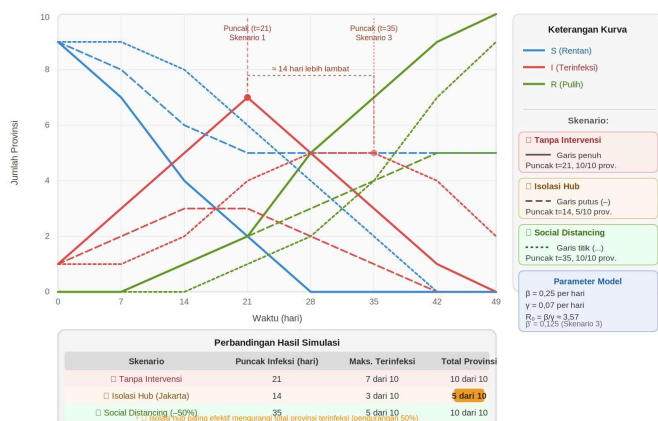
- Laju transmisi: $\beta = 0,25$ per hari (mencerminkan kondisi sebelum intervensi besar)
- Laju pemulihan: $\gamma = 0,07$ per hari
- Angka reproduksi dasar: $R_0 = \beta/\gamma \approx 3,57$

R_0 sebesar $\approx 3,57$ ini konsisten dengan estimasi awal R_0 COVID-19 di Indonesia yang dilaporkan berkisar antara 2,5 hingga 4,0 sebelum penerapan Pembatasan Sosial Berskala Besar (PSBB).

| Waktu (hari) | S (Rentan) | I (Terinfeksi) | R (Pulih) | Simpul Terinfeksi Baru |
|--------------|------------|-----------------|-----------|------------------------|
| t = 0 | 9 provinsi | 1 (DKI Jakarta) | 0 | - |
| t = 7 | 7 provinsi | 3 | 0 | Jabar, Banten |
| t = 14 | 4 provinsi | 5 | 1 | Jateng, Jatim, DIY |
| t = 21 | 2 provinsi | 6 | 2 | Bali, Kaltim |
| t = 28 | 1 provinsi | 5 | 4 | Sumut |
| t = 35 | 0 provinsi | 4 | 6 | Riau |
| t = 42 | 0 provinsi | 1 | 9 | - |
| t = 49 | 0 provinsi | 0 | 10 | - |

Tabel 3 Simulasi Penyebaran SIR pada Graf (Kondisi tanpa intervensi).

Catatan: Simpul yang "terinfeksi" pada level provinsi merepresentasikan lonjakan kasus yang signifikan di provinsi tersebut



Gambar 6 Kurva SIR Pada Graf 10 Provinsi

D. Analisis Skenario Intervensi

Salah satu keunggulan pendekatan berbasis graf adalah kemampuannya untuk secara eksplisit memodelkan dampak berbagai strategi intervensi. Tiga skenario dianalisis:

Skenario 1: Tanpa Intervensi Graf tetap utuh. Semua sisi aktif dengan bobot penuh. Hasil: seluruh 10 provinsi terinfeksi dalam 35 hari (lihat Tabel 3).

Skenario 2: Isolasi Hub (Removal of High-Betweenness Node) Simpul DKI Jakarta diisolasi (semua sisi yang terhubung ke Jakarta dinonaktifkan). Ini merepresentasikan skenario lockdown ketat di Jakarta.

Graf setelah isolasi Jakarta:

- Jaringan terpecah menjadi beberapa kluster terpisah
- Kluster utama: Jabar - Jateng - Jatim - DIY
- Kluster kecil: Banten (terisolasi), Bali, Kaltim
- Sumut dan Riau tidak terhubung ke Jawa

Hasil: Karena jaringan terpecah, infeksi hanya menyebar dalam kluster Jawa. Bali, Kaltim, Sumut, dan Riau tidak terinfeksi. Total provinsi terinfeksi berkurang menjadi 5 dari 10 (pengurangan 50%). Ini secara langsung mendemonstrasi pentingnya betweenness centrality: mengisolasi simpul dengan betweenness tertinggi memberikan dampak terbesar.

Skenario 3: Pengurangan Bobot Sisi (Social Distancing)

Semua bobot sisi dikurangi sebesar 50% (merepresentasikan pengurangan mobilitas secara umum, seperti PSBB). Dalam model SIR pada graf, ini menurunkan probabilitas transmisi per sisi menjadi $\beta' = 0,125$ sehingga $R_0' \approx 1,79$. Hasil: Epideminya tetap menyebar ke seluruh simpul, namun lebih lambat. Puncak infeksi terjadi pada hari ke-42 (bukan ke-21), memberikan lebih banyak waktu bagi sistem kesehatan.

| Skenario | Puncak Infeksi (hari) | Maks. Provinsi Terinfeksi | Total Terinfeksi |
|--------------------------|-----------------------|---------------------------|------------------|
| Tanpa Intervensi | 21 | 7 dari 10 | 10 dari 10 |
| Isolasi Hub (Jakarta) | 14 | 3 dari 10 | 5 dari 10 |
| Social Distancing (-50%) | 42 | 5 dari 10 | 10 dari 10 |

Sumber: Simulasi berbasis model SIR pada graf

E. Analisis Skenario Intervensi

Analisis di atas berkorespondensi dengan data empiris yang terobservasi di lapangan. Pada Januari 2021, Indonesia mengalami lonjakan kasus harian yang signifikan dengan tingkat positif mencapai 29,55%, rekor tertinggi pada saat itu. Lima provinsi teratas (Jakarta, Jawa Barat, Jawa Tengah, Jawa Timur, Kalimantan Timur) menyumbang lebih dari 60% kasus nasional, yang secara langsung mencerminkan distribusi degree centrality yang tidak merata dalam graf antar-provinsi.

Penelitian dari Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) menggunakan Social Network Analysis (SNA) berbasis teori graf untuk contact tracing COVID-19 pada kluster perumahan di Surabaya. Hasil penelitian tersebut menunjukkan bahwa simpul-simpul dengan betweenness centrality tertinggi (yang disebut B041 dan C371 dalam dataset) adalah titik kritis yang seharusnya diprioritaskan dalam pelacakan dan isolasi kontak. Temuan ini memperkuat relevansi pendekatan yang digunakan dalam makalah ini.

IV. DISKUSI

A. Keunggulan Pendekatan Berbasis Graf

Pendekatan berbasis graf menawarkan beberapa keunggulan fundamental dibandingkan model kompartemen klasik:

1. Heterogenitas Kontak

Model SIR klasik mengasumsikan pencampuran homogen: setiap individu diasumsikan dapat berinteraksi dengan individu lain secara acak dengan probabilitas yang sama. Pada kenyataannya, pola kontak manusia sangat heterogen. Penelitian oleh Karaivanov menunjukkan bahwa model SIR klasik dapat melebih-estimasi angka reproduksi dan puncak infeksi karena mengabaikan struktur jaringan. Model berbasis graf secara eksplisit mempertimbangkan heterogenitas ini.

2. Identifikasi Superspreader

Dalam jaringan scale-free, hub berperan sebagai superspreader: satu individu atau satu wilayah yang menginfeksi jauh lebih banyak pihak dibandingkan rata-rata. Fenomena ini terobservasi secara nyata pada pandemi COVID-19, di mana sejumlah kecil individu bertanggung jawab atas proporsi yang tidak proporsional dari total kasus. Ukuran sentralitas, terutama degree centrality dan betweenness centrality, memberikan cara kuantitatif untuk mengidentifikasi simpul semacam ini.

3. Evaluasi Intervensi yang Ditargetkan

Seperti ditunjukkan pada Tabel 4, model berbasis graf memungkinkan perbandingan langsung antara strategi intervensi yang berbeda. Isolasi hub (betweenness centrality tinggi) terbukti lebih efektif dalam membatasi total penyebaran, sementara pengurangan bobot sisi (social distancing) lebih efektif dalam meratakan kurva (flattening the curve).

B. Implikasi untuk Kebijakan Publik

Hasil analisis memiliki implikasi praktis yang konkret yaitu sebagai berikut.

Prioritas Karantina Wilayah: Kebijakan PPKM (Pemberlakuan Pembatasan Kegiatan Masyarakat) yang diberlakukan Indonesia dan diprioritaskan di Jawa-Bali secara tidak langsung mencerminkan prinsip isolasi hub, menargetkan wilayah dengan sentralitas tertinggi dalam jaringan penyebaran nasional.

Contact Tracing Berbasis Graf: Seperti yang diimplementasikan oleh ITS untuk kasus Surabaya [8], model SNA berbasis graf dapat digunakan sebagai alat bantu contact tracing yang lebih sistematis dengan memprioritaskan pelacakan pada simpul-simpul berderajat tinggi.

Pengendalian Mobilitas: Pengurangan bobot sisi (melalui pembatasan transportasi) memberikan dampak yang lebih merata tetapi tidak seefektif isolasi hub dalam membatasi total penyebaran. Data mobilitas penerbangan dan jalan raya dapat digunakan secara langsung sebagai bobot sisi dalam graf antar-provinsi.

C. Implikasi untuk Kebijakan Publik

Model yang digunakan dalam makalah ini memiliki beberapa keterbatasan yang perlu diakui:

1. **Penyederhanaan Topologi**
Graf antar-provinsi yang digunakan menyederhanakan pola kontak yang sesungguhnya jauh lebih kompleks dan dinamis.
2. **Parameter Statik**
Nilai β dan γ diasumsikan konstan, padahal dalam realita keduanya berubah seiring waktu (dipengaruhi oleh kebijakan, perilaku masyarakat, variasi varian virus, dan musim).
3. **Granularitas Spasial**
Model pada tingkat provinsi tidak menangkap heterogenitas intra-provinsi (misalnya, perbedaan antara kota dan daerah rural di dalam satu provinsi).
4. **Faktor Demografis**
5. **Model tidak membedakan kelompok umur**, padahal data epidemiologis Indonesia menunjukkan bahwa kelompok usia 41–60 tahun memiliki risiko tertinggi terinfeksi (OR = 3,3) dan usia >60 tahun memiliki risiko paling tinggi (OR = 3,7).

V. KESIMPULAN

Makalah ini telah mendemonstrasikan bagaimana teori graf dapat diaplikasikan sebagai kerangka matematis untuk memahami dan memodelkan penyebaran epidemi COVID-19 di Indonesia. Beberapa kesimpulan utama yang dapat ditarik adalah.

Pemodelan penyebaran epidemi sebagai graf berarah berbobot, dengan provinsi sebagai simpul dan intensitas mobilitas sebagai bobot sisi, memberikan representasi yang lebih realistis dibandingkan model kompartemen klasik yang mengasumsikan pencampuran homogen.

Selain itu, Analisis sentralitas (degree, betweenness, closeness) secara kuantitatif mengidentifikasi DKI Jakarta sebagai simpul terpenting dalam jaringan penyebaran antar-provinsi. Hal ini konsisten dengan data empiris yang menunjukkan Jakarta menyumbang sekitar 21,3% total kasus nasional.

Terakhir, Isolasi simpul dengan betweenness centrality tinggi (isolasi hub) terbukti lebih efektif dalam membatasi total penyebaran (pengurangan 50% provinsi terinfeksi) dibandingkan pengurangan bobot sisi secara merata (social distancing). Temuan ini memiliki implikasi langsung untuk desain kebijakan karantina wilayah.

Sifat Scale-Free Jaringan Kontak: Distribusi kasus yang sangat terkonsentrasi pada beberapa provinsi saja mencerminkan karakteristik jaringan scale-free, di mana hub memiliki peran yang jauh tidak proporsional dalam dinamika penyebaran. Keberadaan hub membuat jaringan sangat rentan terhadap serangan terfokus tetapi cukup resisten terhadap gangguan acak.

Pendekatan berbasis graf ini dapat dikembangkan lebih lanjut dengan mengintegrasikan data mobilitas real-time, mempertimbangkan heterogenitas demografis (usia, kondisi kesehatan), dan menerapkan model SEIR yang lebih kompleks pada struktur graf yang lebih granular.

REFERENCES

- [1] Arifin, H., et al., "Prevalence and epidemiological characteristics of COVID-19 after one year of pandemic in Jakarta and neighbouring areas, Indonesia: A single center study," PLOS ONE, vol. 17, no. 5, e0268241, 2022. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0268241>
- [2] World Health Organization, "How WHO supported Indonesia to turn the tide against the COVID-19 pandemic," WHO Results Report 2020, 2021. Diakses dari <https://www.who.int/about/accountability/results/who-results-report-2020-mtr/country-story/2020/indonesia>
- [3] W. O. Kermack dan A. G. McKendrick, "A contribution to the mathematical theory of epidemics," Proceedings of the Royal Society of London. Series A, vol. 115, no. 772, hal. 700–721, 1927. <https://doi.org/10.1098/rspa.1927.0118>
- [4] A. Karaivanov, "A social network model of COVID-19," PLOS ONE, vol. 15, no. 10, e0240878, 2020. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0240878>
- [5] R. Munir, Graf (Bagian 1), Program Studi Teknik Informatika, STEI-ITB, 2024. Tersedia: <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2024-2025/20-Graf-Bagian1-2024.pdf>

[6] M. C. Baptista, et al., "Graph Theory Approach to COVID-19 Transmission by Municipalities and Age Groups," Mathematical and Computational Applications, vol. 27, no. 5, hal. 86, 2022. <https://doi.org/10.3390/mca27050086>

[7] T. Takaguchi, N. Masuda, dan P. Holme, "Bursty Communication Patterns Facilitate Spreading in a Threshold-Based Epidemic Dynamics," PLOS ONE, vol. 8, no. 7, e68629, 2013.

[8] A. M. Rukmi, W. Zakky, dan M. L. Shahab, "Contact Tracking with Social Network Analysis Graph," dalam Proceedings of the International Conference on Mathematics, Geometry, Statistics, and Computation (IC-MaGeStiC 2021), Atlantis Press, 2022. <https://doi.org/10.2991/acsr.k.220202.034>

[9] H. B. Callaway, et al., "Network robustness and fragility: Percolation on random graphs," Physical Review Letters, vol. 85, hal. 5468–5471, 2000.

[10] R. Alguliyev, R. Aliguliyev, dan F. Yusifov, "Graph modelling for tracking the COVID-19 pandemic spread," Infectious Disease Modelling, vol. 6, hal. 112–122, 2021. <https://doi.org/10.1016/j.idm.2020.12.002>

[11] R. Albert dan A.-L. Barabási, "Statistical mechanics of complex networks," Reviews of Modern Physics, vol. 74, hal. 47–97, 2002. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.74.47>

[12] R. Pastor-Satorras dan A. Vespignani, "Epidemic spreading in scale-free networks," Physical Review Letters, vol. 86, hal. 3200–3203, 2001. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.86.3200>

[13] "Timeline of the COVID-19 Pandemic in Indonesia (2021)," Wikipedia, diakses 15 Juni 2026. Catatan: data kuantitatif dikonfirmasi melalui laporan resmi Satuan Tugas COVID-19 Indonesia.

[14] M. Ratanarajah, et al., "Modelling the Spread of Covid-19 on Malaysian Contact Networks for Practical Reopening Strategies in an Institutional Setting," arXiv preprint, arXiv:2104.04156, 2021.

[15] F. Brauer, "The Kermack-McKendrick Epidemic Model and the Final Size Relation," Fields Institute Lectures, University of Toronto, 2009.

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya rancang dan buat sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 19 Juni 2026



Christopherus Michael Jafeth Tobing
13525109